

Verdiepende sessie leerplannen
wiskunde

tweede graad D-finaliteit

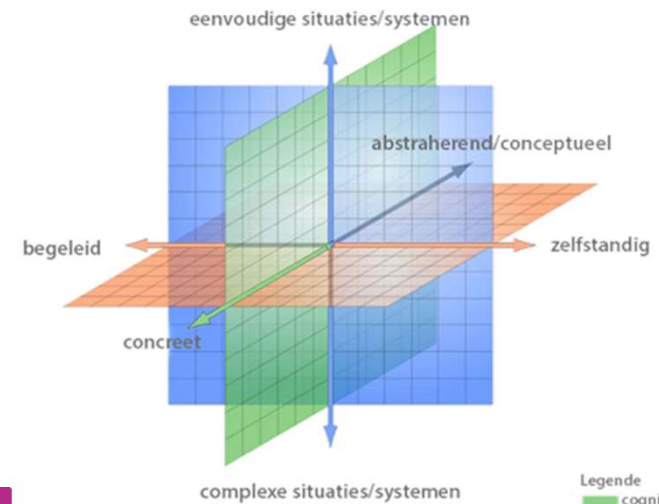
maart-april 2021



Beginsituatie vanuit 1ste graad A-stroom

- Meer nadruk op probleemoplossend denken - heuristieken
- Selectief en doelgericht gebruik van hulpmiddelen - ICT
- Bewijzen: kwaliteit primeert op kwantiteit
- Samenhang met wetenschappen en techniek - STEM
- Differentiatie d.m.v. 3 assen
 - Van concreet naar abstract
 - Van eenvoudig naar complex
 - Van begeleid naar zelfstandig

Nieuwe accenten



Legende
■ cognitieve dimensie
■ complexiteit van de situatie/systemen
■ mate van autonomie



Beginsituatie vanuit 1ste graad A-stroom

- Data & onzekerheid
 - Soorten data
 - Data verzamelen
 - Voorstellingswijzen
 - Centrum- en spreidingsmaten
 - Onderzoek uitvoeren en interpreteren
- Verbanden tussen beweringen
 - Implicatie en equivalentie
- Operaties met 2 verzamelingen: \in , \subset , \cap , \cup , \setminus
- Computationeel denken: Algoritme genereren en implementeren (GLlab9)

*Nieuwe
leerinhouden*



Beginsituatie vanuit 1ste graad A-stroom

- Ontbinden in factoren
- Rekenen met machten met letterexponenten
- Gelijkvormigheid van figuren
- Zelf tekenen van beelden onder transformaties
 - Nadruk ligt op inzicht in de transformaties

*Komt niet meer
aan bod*



Structuur 2^{de} graad en de leerplannen wiskunde

D-finaliteit		D/A-finaliteit	A-finaliteit
Domeinoverschrijdende studierichtingen	Domeingebonden studierichtingen		
<ul style="list-style-type: none">• Wiskunde B (basis)• Wiskunde VB (verdiepte basis)• Wiskunde C (cesuur)• Wiskunde VB + C'• Wiskunde B + C'	<ul style="list-style-type: none">• II-Wis-d• II-WisVB-d• II-WisS-d• II-WisS'-d• II-WisS''-d	<ul style="list-style-type: none">• Wiskunde B (basis)• Wiskunde B+S• Wiskunde B+S'• Wiskunde B+S''	<ul style="list-style-type: none">• Wiskunde B

Graadlerplannen: geen afzonderlijke opsplitsing 3de en 4de leerjaar



Studierichtingen van de D-finaliteit

Leerplan C (5+5 uur)

Economische wetenschappen
Grieks-Latijn (4+5 uur)
Latijn
Natuurwetenschappen
Technologische wetenschappen

Leerplan VB (4+4 uur)

Bedrijfswetenschappen
Biotechnische wetenschappen (5+5 uur)
Bouwwetenschappen (5+5 uur)
Freinetpedagogie
Moderne talen
Sportwetenschappen
Topsport-Economie
Topsport-Natuurwetenschappen
Yeshiva

Leerplan VB+C' (5+5 uur)

Architecturale en beeldende vorming

Leerplan B (4+4 uur)

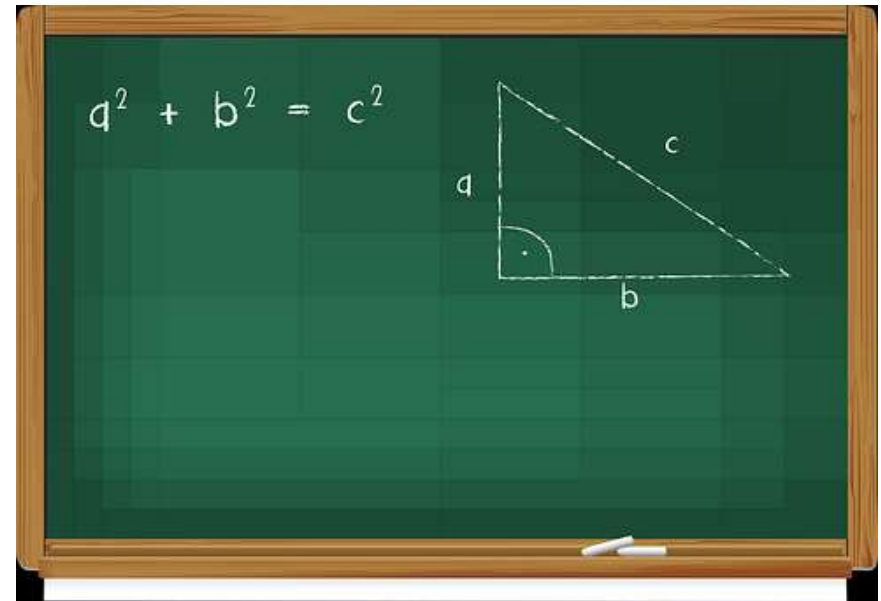
Dans
Humane wetenschappen
Maatschappij- en
welzijnswetenschappen
Muziek
Woordkunst-drama

Leerplan B+C' (4+4 uur)

Beeldende en audiovisuele vorming



Wiskunde in de 2de graad D-finaliteit



WAT KOMT ER IN DE 2DE GRAAD AAN BOD?



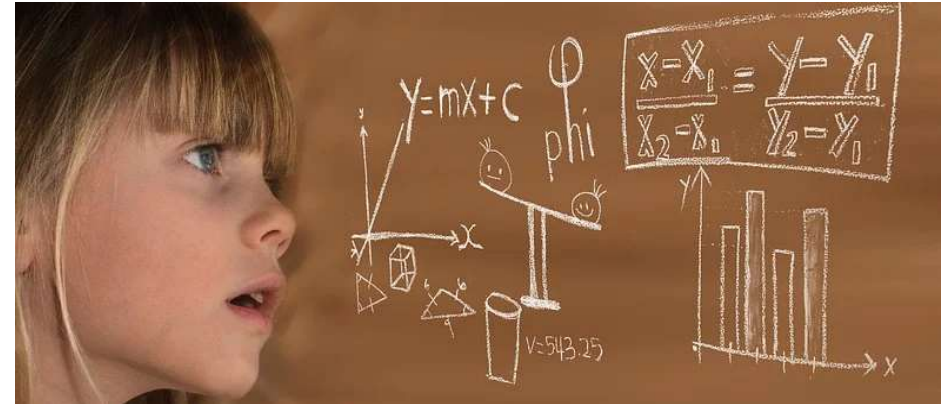
Opbouw van het graadlerplan

- Problemen oplossen
- Wiskundig redeneren, argumenteren en communiceren
- Getallenleer
- Meetkunde
- Algebra en functieleer
- Discrete wiskunde en logica
- Data en onzekerheid
- Computacioneel denken



Nieuwe leerinhouden

- Complexe getallen (C)
- Extra doelen ruimtemeetkunde (VB+C' en B+C')
- Logica: waarheidstabellen
- Grafen
- Spreidingsdiagrammen
- Computacioneel denken





Breed inzetbare doelstellingen te combineren met inhoudelijke rubrieken

Leerplan C

Leerplan VB en VB+C'

Leerplan B en B+C'

Problemen oplossen

Wiskundig redeneren met
extra aandacht voor
bewijsvoering

Wiskundig redeneren





Problemen oplossen



Leerplan C, VB, VB+C', B+C' en B

De leerlingen lossen problemen op door te mathematiseren en demathematiseren en door gebruik te maken van heuristieken.

De leerlingen onderzoeken interacties tussen wiskunde en andere domeinen via wiskundige toepassingen.



Wiskundig redeneren, argumenteren en communiceren

Leerplan C

De leerlingen beargumenteren wiskundige redeneringen en **bewijzen wiskundige** uitspraken:

- uitspraken illustreren met voorbeelden;
- de correctheid van wiskundige uitspraken verifiëren;
- redeneerstappen beargumenteren;
- behandelde bewijzen reconstrueren **in een gewijzigde situatie**.

Symbolen \wedge , \vee , \neg , \Rightarrow , \Leftrightarrow , \forall , \exists

Bewijstechnieken: rechtstreeks bewijs, bewijs uit het ongerijmde, bewijs door tegenvoorbeeld

Leerplan VB, VB+C', B+C' en B

De leerlingen beargumenteren wiskundige redeneringen en uitspraken:

- uitspraken illustreren met voorbeelden;
- de correctheid van wiskundige uitspraken verifiëren;
- redeneerstappen beargumenteren **in aangereikte wiskundige redeneringen**;
- behandelde bewijzen reconstrueren **in een al dan niet gewijzigde situatie**.

Symbolen \wedge , \vee , \neg , \Rightarrow , \Leftrightarrow , \forall , \exists



Getallenleer

Leerplan C

Leerplan VB en VB+C'

Leerplan B en B+C'

Reële getallen

Complexe getallen





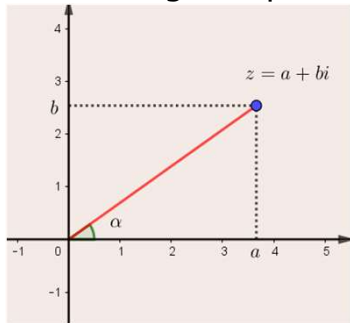
Getallenleer: complexe getallen

Leerplan C	Leerplan VB, VB+C', B+C' en B
De leerlingen stellen complexe getallen in cartesische en goniometrische vorm voor in het complexe vlak.	/
De leerlingen zetten complexe getallen in cartesische vorm om naar goniometrische vorm en omgekeerd. <i>Met functioneel gebruik van ICT</i>	/
De leerlingen voeren bewerkingen uit met complexe getallen: <ul style="list-style-type: none">• in cartesische vorm: optelling, aftrekking, vermenigvuldiging, deling;• in goniometrische vorm: vermenigvuldiging en deling. <i>Meetkundige interpretatie in het complexe vlak van bewerkingen met complexe getallen</i> <i>Met functioneel gebruik van ICT</i>	/
De leerlingen lossen tweedegraadsvergelijkingen met reële coëfficiënten in één complexe onbekende op.	/



Getallenleer: complexe getallen

- Invoeren van de imaginaire eenheid i als oplossing van $x^2 = -1$
- Voorstelling complexe getallen in het complexe vlak:



modulus: $r = \sqrt{a^2 + b^2}$

argument: α

goniometrische vorm: $r(\cos\alpha + i\sin\alpha)$

- Rekenen met complexe getallen:

$$(2 + 4i)(2 - 4i) = 4 - 16i^2 = 20$$

$$2(\cos 45^\circ + i\sin 45^\circ) \cdot 3(\cos 135^\circ + i\sin 135^\circ) = 6(\cos 180^\circ + i\sin 180^\circ) = -6$$

- Tweedegraadsvergelijking oplossen:

$$z^2 - 4z + 20 = 0$$

dan is $D = 16 - 4 \cdot 1 \cdot 20 = -64$ en zijn de wortels uit de discriminant $8i$ en $-8i$

De oplossingen van de vergelijking zijn dan $z_1 = \frac{4+8i}{2a} = 2 - 4i$ en $z_2 = \frac{4-8i}{2a} = 2 + 4i$



Meetkunde

Leerplan C

Leerplan VB en VB+C'

Leerplan B en B+C'

Gelijkvormigheid en de stelling van Thales

De stelling van Pythagoras en driehoeksmeting in rechthoekige driehoeken

Vectoren: *grafisch en via berekening*
(ook: **inproduct**)

Vectoren: *grafisch en via berekening*

Vectoren: *tekenen van som en vermenigvuldiging*

Merkwaardige lijnen in driehoeken

Ruimtemeetkunde (met 2 extra doelstellingen voor leerplan VB+C' en B+C')

Goniometrie: *verwante hoeken, sinus- en cosinusregel en som- en verschilformules*

Goniometrie: *verwante hoeken*

Analytische meetkunde in het vlak:
onderlinge ligging, afstanden en hoeken





Ruimtmeetkunde

Leerplan B+C' (Beeldende & audiovisuele vorming) en VB+C' (Architecturale & Beeldende vorming)	Leerplan C, VB en B
De leerlingen tekenen een 2D-voorstelling van een 3D-situatie met functioneel gebruik van ICT.	De leerlingen stellen een driedimensionale situatie op een tweedimensionale manier voor.
De leerlingen onderzoeken en visualiseren de onderlinge ligging en de loodrechte stand van twee rechten in ruimtelijke situaties.	
De leerlingen onderzoeken en visualiseren de onderlinge ligging en de loodrechte stand van twee vlakken in ruimtelijke situaties.	
De leerlingen onderzoeken en visualiseren de onderlinge ligging en de loodrechte stand van een rechte en een vlak in ruimtelijke situaties.	
De leerlingen analyseren betekenisvolle 3D-situaties en bijbehorende 2D-voorstellingen	/
Aflezen, meten, schatten en berekenen van maten van een 3D-situatie uit een 2D-voorstelling	
De leerlingen berekenen in betekenisvolle situaties omtrek, oppervlakte en volume van meetkundige figuren.	/
Omtrek en oppervlakte van een driehoek, trapezium, parallellogram, ruit, rechthoek, vierkant, cirkel	
Oppervlakte van een kubus, balk, recht prisma, cilinder, bol	
Volume van een kubus, balk, prisma, piramide, cilinder, bol, kegel	



Algebra en functieleer



Leerplan C

Leerplan VB en VB+C'

Leerplan B en B+C'

Eerstegraadsvergelijkingen, -ongelijkheden en omvormen van formules

Inleiding tot reële functies

Eerstegraadsfuncties

Stelsels van eerstegraadsvergelijkingen

Functies met voorschrift van de vorm $f(x) = c / x$

Tweedegraadsfuncties

*met het grafisch en **algebraïsch** oplossen van tweedegraadsongelijkheden + **oplossen van vergelijkingen met complexe getallen***

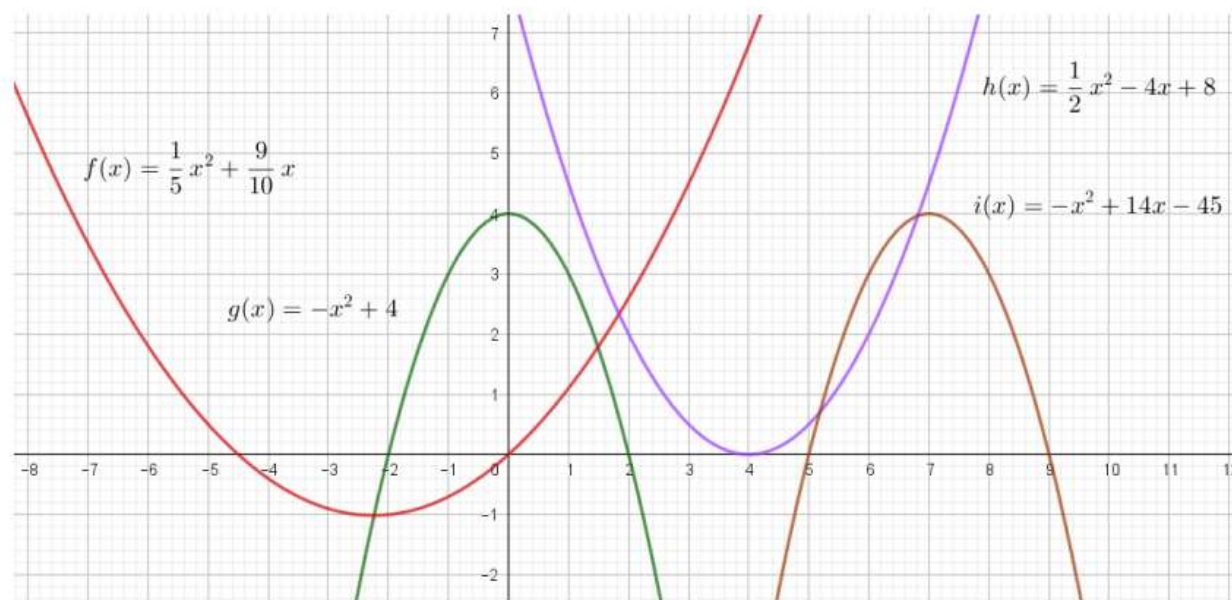
Tweedegraadsfuncties

met enkel het grafisch oplossen van tweedegraadsongelijkheden



Algebra en functieleer: ontbinden in factoren ...

Voorschrift	Ontbinding in factoren	Nulwaarde(n) f
$f(x) = \frac{1}{5}x^2 + \frac{9}{10}x$	$\frac{1}{5}x \cdot \left(x + \frac{9}{2}\right)$	$-\frac{9}{2}, 0$
$g(x) = -x^2 + 4$	$(2+x)(2-x)$	$-2, 2$
$h(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 8$	$\frac{1}{2} \cdot (x^2 - 8x + 16) = \frac{1}{2} \cdot (x-4)^2$	4 2 keer geteld
$i(x) = -x^2 + 14x - 45$	$-(x-5)(x-9) = (5-x)(x-9)$	5, 9





Discrete wiskunde en logica

Leerplan C

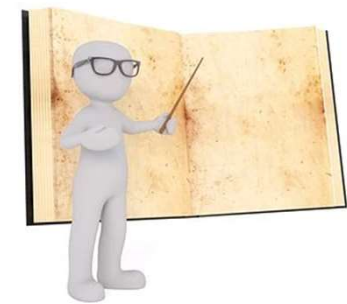
Leerplan VB en VB+C'

Leerplan B en B+C'

Telproblemen

Waarheidstabellen

Grafen





Waarheidstabellen

Leerplan C, VB, VB+C', B+C' en B

De leerlingen bepalen de waarheidswaarde van logische uitspraken m.b.v. waarheidstabellen.

Logische operatoren \wedge , \vee , \neg , \Rightarrow , \Leftrightarrow met aandacht voor de betekenis van 'of' en 'als ... dan ...' in de omgangstaal
Een uitspraak in woorden vertalen naar een uitspraak in symbolen
De context van logische poorten komt aan bod



Waarheidstabel

negatie		conjunctie			disjunctie			implicatie			equivalentie		
p	$\neg p$	p	q	$p \wedge q$	p	q	$p \vee q$	p	q	$p \Rightarrow q$	p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
		0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
		0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1

Vb. Bekijk volgende uitspraken:

p : 'het regent'

q : 'het voetpad is nat'

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

p	q	$\neg q$	$\neg p$	$\neg q \Rightarrow \neg p$
1	1	0	0	1
1	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	0	1	1	1

$p \Rightarrow q$	$\neg q \Rightarrow \neg p$
1	1
0	0
1	1
1	1



Waarheidstabel

negatie		conjunctie			disjunctie			implicatie			equivalentie		
p	$\neg p$	p	q	$p \wedge q$	p	q	$p \vee q$	p	q	$p \Rightarrow q$	p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1

Vb. Bekijk volgende uitspraken:

p: 'het getal is deelbaar door 4'

q: 'het getal is deelbaar door 2'

p	q	$p \Rightarrow q$	$\neg q \Rightarrow \neg p$
1	1	1	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	0	1	1

$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \Rightarrow \neg q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

$\neg p \Rightarrow \neg q$	$\neg q \Rightarrow \neg p$
1	1
1	0
0	1
1	1



Grafen

Leerplan C, VB, VB+C', B+C' en B

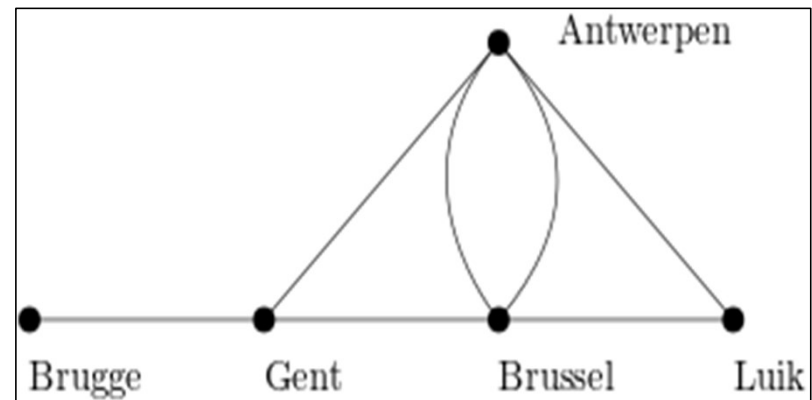
De leerlingen interpretern een graaf als een model van een concrete situatie.

Knopen en bogen van een graaf

Buren van een knoop

Samenhangende graaf

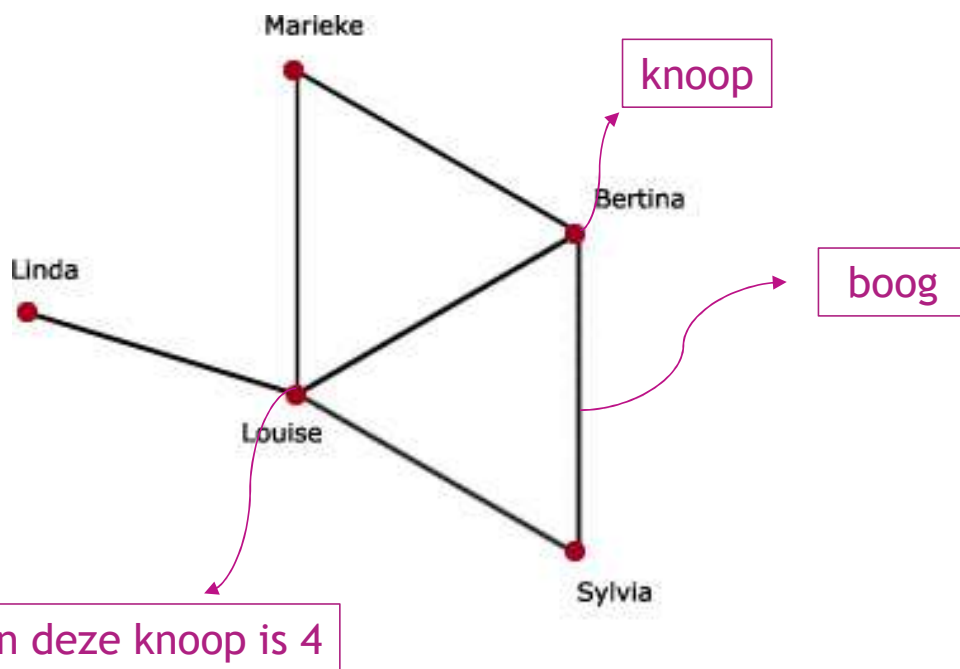
De leerlingen gebruiken grafen om problemen op te lossen.



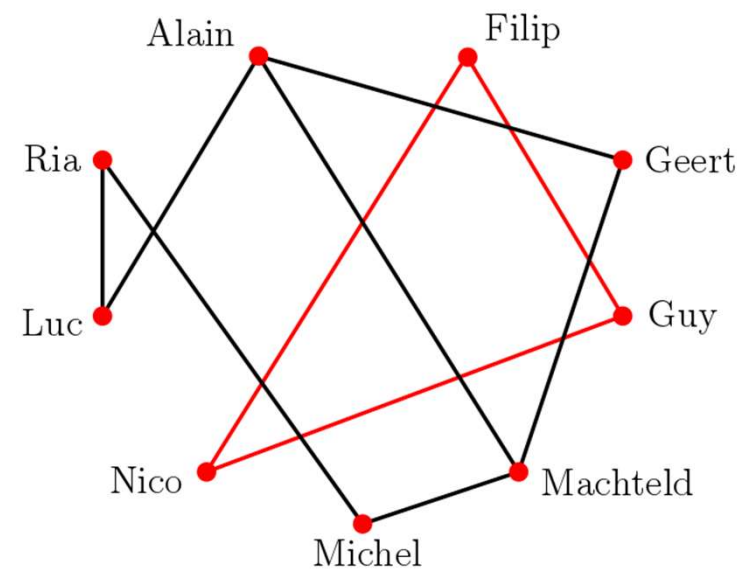


Grafen

Voorbeeld: Sociaal netwerk op facebook



samenhangende graaf



onsamenhangende graaf

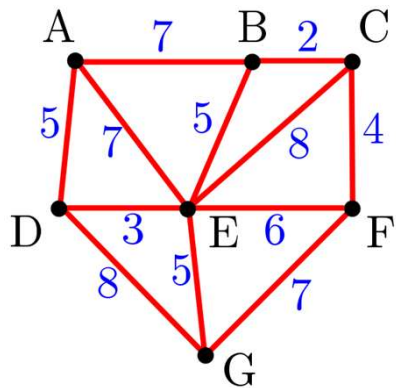


Problemen oplossen via grafen – voorbeeld

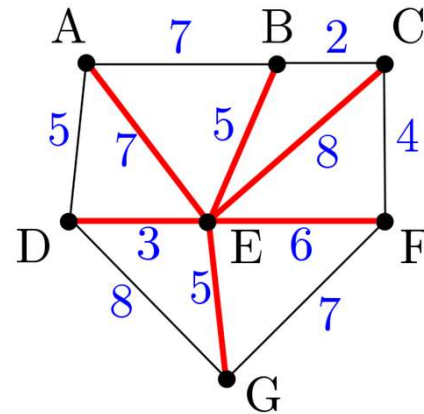
Langs een bestaand wegennet tussen 7 steden A,...,G moeten kabels worden aangelegd zodat elke twee steden verbonden worden.

De kostprijs van het aanleggen van de kabel tussen twee steden is gegeven.

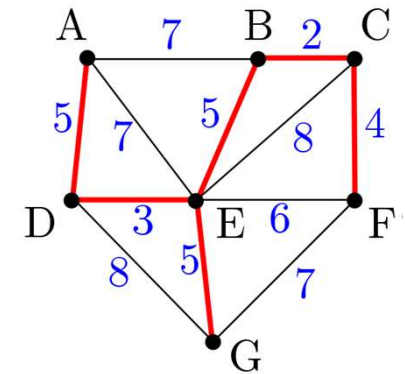
Hoe kan dat met minimale totale kost?



Poging 1:
totale kost = 67



Poging 2:
totale kost = 34



Minimale oplossing:
totale kost = 24



Data en onzekerheid

Leerplan C	Leerplan VB en VB+C'	Leerplan B en B+C'
Beschrijvende statistiek		
Spreidingsdiagrammen		





Spreidingsdiagrammen

Leerplan C, VB, VB+C', B+C' en B

De leerlingen onderzoeken het verband tussen twee numerieke grootheden in een dataset met ICT:

- spreidingsdiagram opstellen en interpreteren;
- trendlijn met bijbehorend voorschrift bepalen en interpreteren;
- correlatiecoëfficiënt bij een lineair verband bepalen en interpreteren.

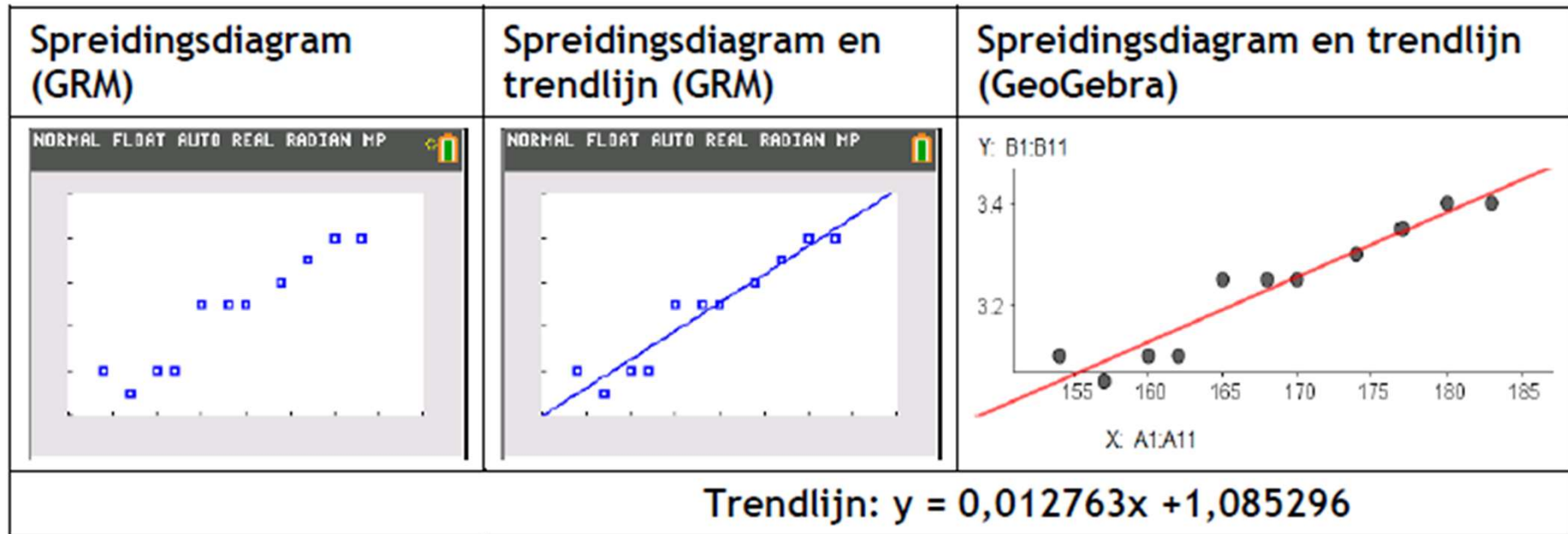
Soorten verbanden: recht evenredig, omgekeerd evenredig, lineair en zuiver kwadratisch
Onderscheid tussen samenhang en causaliteit in relevante contexten



Spreadingsdiagrammen

Voorbeeld steekproef: de massa van een boreling en de lengte van zijn moeder

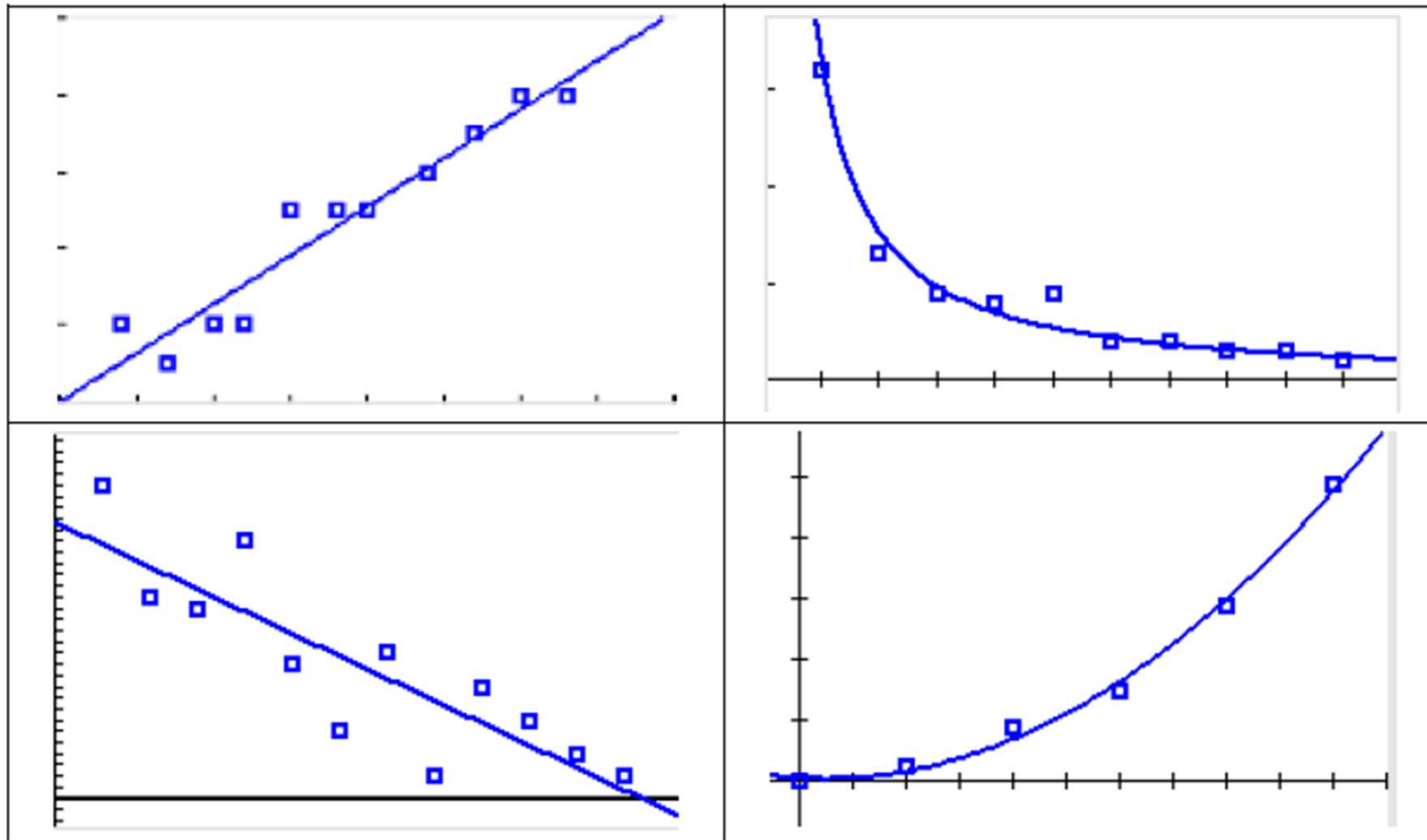
x: lengte moeder (cm)	154	157	160	162	165	168	170	174	177	180	183
y: massa boreling (kg)	3,10	3,05	3,10	3,10	3,25	3,25	3,25	3,30	3,35	3,40	3,40





Spreadingsdiagrammen

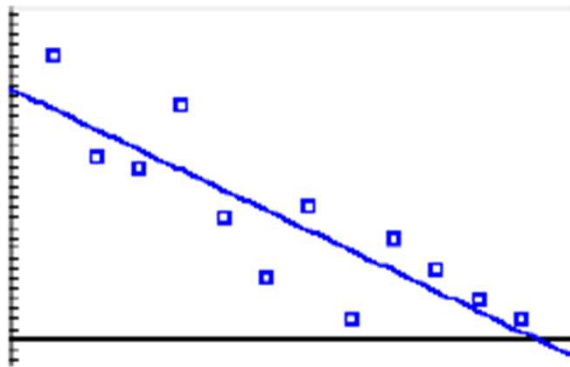
Verschillende soorten verbanden



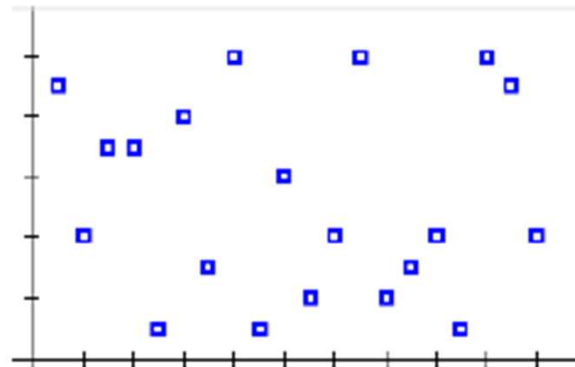


Spreadingsdiagrammen

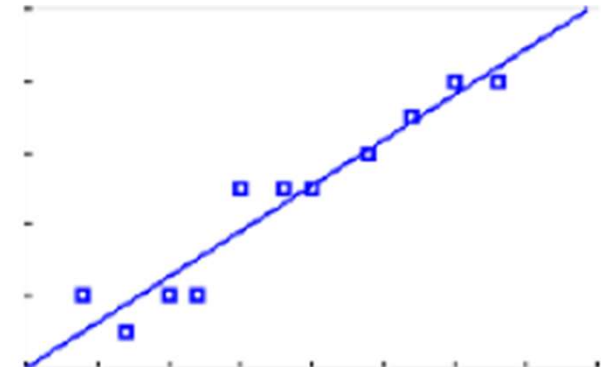
De correlatiecoëfficiënt r is een maat voor het lineaire verband tussen twee grootheden



$r < 0$



$r \approx 0$



$r > 0$

Perfekte (negatieve)
correlatie

$$-1 \leq r \leq 1$$

Perfekte (positieve)
correlatie



Computationeel denken

Leerplan C

Leerplan VB en VB+C'

Leerplan B en B+C'

Computationeel denken





Computationeel denken

Leerplan C, VB, VB+C', B+C' en B

De leerlingen ontwerpen algoritmes om problemen digitaal op te lossen.

Concepten van computationeel denken: decompositie, patroonherkenning, abstractie, algoritme

Organisatie, modellering, simulatie en digitale representatie van informatie

Debuggen

Principes van programmeren: opeenvolging, herhalingsstructuur, keuzestructuur

Ingebouwde functies

Elementen van programmeertalen: variabelen, datatypes, operatoren, parameters, condities, procedures of functies

Als je school een apart vak ICT organiseert dan kan dit leerplandoel daarin (gedeeltelijk) opgenomen worden



Computationeel denken - voorbeeld met grafisch reken toestel

Ligt een punt op een rechte?

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
EDIT MENU: [alpha][phi] [f5]
PROGRAM: RECHTE
:Disp "A.X+B.Y+C=0"
:Prompt A
:Prompt B
:Prompt C
:Disp "COORDINAAT VAN P?"
:Prompt X
:Prompt Y
:Disp "LIGT P OP DE RECHTE
?"
:If A*X+B*Y+C=0
:Then
:Disp "JA"
:Else
:Disp "NEE"
:█
```

```
NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP
prgmRECHTE
A.X+B.Y+C=0
A=?2
B=?1
C=? -2
COORDINAAT VAN P?
X=?3
Y=? -4
LIGT P OP DE RECHTE?
JA
..... Done
```



Computationeel denken - voorbeeld op online platform

“Hoe vaak is een getal deelbaar door 3?”

```
main.py
1 # Hoe vaak is een natuurlijk getal deelbaar door 3?
2 getal=int(input("Geef een getal:"))
3 teller=0
4 while getal%3 == 0:
5     teller=teller+1
6     getal=getal/3
7 print("Aantal keer deelbaar door 3:",teller)
8
```

Console Shell

```
Geef een getal:108
Aantal keer deelbaar door 3: 3
```

“Hoe vaak is een getal deelbaar door d?”

```
main.py
1 # Hoe vaak is een natuurlijk getal deelbaar door d?
2 getal=int(input("Geef een getal:"))
3 deler=int(input("Geef een deler:"))
4 teller=0
5 while getal%deler == 0:
6     teller=teller+1
7     getal=getal/deler
8 print("Aantal keer deelbaar door deler:",teller)
9
```

Console Shell

```
Geef een getal:96
Geef een deler:4
Aantal keer deelbaar door deler: 2
```



Computationeel denken - voorbeeld op online platform

Een bedrag betalen met zo weinig mogelijk euromunten en -biljetten

```
main.py
1 # Functie voor een bedrag gepast te betalen met zo weinig
  mogelijk euromunten en -biljetten
2 def GepastBetalen(bedrag):
3     for munt in [200, 100, 50, 20, 10, 5, 2, 1]:
4         aantal = 0
5         while bedrag >= munt :
6             aantal = aantal + 1
7             bedrag = bedrag - munt
8             if aantal > 0 :
9                 print(aantal, 'x', munt)
10 # Een voorbeeld
11 GepastBetalen(146)
```

```
Console Shell
1 x 100
2 x 20
1 x 5
1 x 1
* □
```



Computationeel denken: extra info

- Videoreeks U Hasselt:
<https://www.youtube.com/channel/UC4UDvc4QDbFrPexszpggPsg>
- Oefenplatform Dodona: <https://dodona.ugent.be/?locale=nl>
- Webinar via Rhombus (Texas Instruments en Python) op dinsdag 27 april 2021:
https://docs.google.com/forms/d/1O4tFFqM0hNno_Sz6YeMdgYeik63AtwnjsQKrR0l_k8Q/viewform?edit_requested=true



**WAT IS ER INHOUDELIJK
VERSCHILLEND?**

EEN OVERZICHT...



Leerplan C	Leerplan VB en VB+C'	Leerplan B en B+C'
Wiskundig redeneren met extra aandacht voor bewijsvoering	Wiskundig redeneren	Wiskundig redeneren
Complexe getallen		
Vectoren: grafisch en via berekening	Vectoren: grafisch en via berekening	Vectoren: tekenen van som en vermenigvuldiging
Goniometrie: driehoeksmeting in rechthoekige driehoeken, verwante hoeken, sinus- en cosinusregel en som- en verschilformules	Goniometrie: driehoeksmeting in rechthoekige driehoeken en verwante hoeken	Goniometrie: driehoeksmeting in rechthoekige driehoeken
Analytische meetkunde in het vlak: onderlinge ligging, afstanden en hoeken		
Oplossen van tweedegraadsongelijkheden: grafisch en algebraïsch	Oplossen van tweedegraadsongelijkheden: enkel grafisch	Oplossen van tweedegraadsongelijkheden: enkel grafisch

Leerplan VB+C' en B+C': twee extra doelstellingen ruimtemeetkunde



Studierichtingen van de D-finaliteit

Leerplan C (5+5 uur)

Economische wetenschappen
Grieks-Latijn (4+5 uur)
Latijn
Natuurwetenschappen
Technologische wetenschappen

Leerplan VB (4+4 uur)

Bedrijfswetenschappen
Biotechnische wetenschappen (5+5 uur)
Bouwwetenschappen (5+5 uur)
Freinetpedagogie
Moderne talen
Sportwetenschappen
Topsport-Economie
Topsport-Natuurwetenschappen
Yeshiva

Leerplan VB+C' (5+5 uur)

Architecturale en beeldende vorming

Leerplan B (4+4 uur)

Dans
Humane wetenschappen
Maatschappij- en
welzijnswetenschappen
Muziek
Woordkunst-drama

Leerplan B+C' (4+4 uur)

Beeldende en audiovisuele vorming



Vragen? Neem contact op met je begeleider

Regio Antwerpen	Ria.vanhuffel@katholiekonderwijs.vlaanderen tot 18 april 2021 Nico.brebels@katholiekonderwijs.vlaanderen vanaf 19 april 2021	0492 732 656 0494 370 292
Regio Limburg	Nico.brebels@katholiekonderwijs.vlaanderen	0494 370 292
Regio Mechelen-Brussel	Michel.bogaerts@katholiekonderwijs.vlaanderen	0476 547 051
Regio Oost-Vlaanderen	Luc.dewilde@katholiekonderwijs.vlaanderen Guy.reyntjens@katholiekonderwijs.vlaanderen	0475 970 804 0499 419 367
Regio West-Vlaanderen	Geert.delaleeuw@katholiekonderwijs.vlaanderen	0492 732 668
Congregaties * SDB * SJ * VLP	Patrick.dejonghe@katholiekonderwijs.vlaanderen Alain.beekman@katholiekonderwijs.vlaanderen Machteld.verhenne@katholiekonderwijs.vlaanderen	
Dienst CUR	Filip.cools@katholiekonderwijs.vlaanderen	0474 299 866